

Záróvizsga a matematika alapképzési (BSc) szakon

A záróvizsgán a hallgató megvédi szakdolgozatát és felel az alábbi tételsor kihúzott tétele alapján. A kihúzott tétel kapcsán a hallgató a tananyag további részeiből is kap kérdéseket. Mindkét részt érdemjeggyel értékeljük.

- 1. Halmazok, relációk és függvények.** Halmazelméleti alapfogalmak, halmazelméleti műveletek. Rendezett párok, Descartes-szorzat, relációk. Rendezési és ekvivalenciarelációk. Függvények. A számfogalom felépítése.
- 2. Polinomgyűrűk.** Test fölötti polinomgyűrű. Euklideszi osztás, legnagyobb közös osztó. Irreducibilis polinomok az egész, a racionális, a valós és a komplex együtthatós polinomok gyűrűjében. Az algebra alaptétele. Parciális törtekre bontás. Gyökképlettel megoldható egyenletek. Többhatározatlanú polinomok, szimmetrikus és elemi szimmetrikus polinomok, a szimmetrikus polinomok alaptétele. Viéte-formulák.
- 3. Számelmélet.** Lineáris kongruenciák, lineáris diofantoszi egyenletek. Nevezetes számelméleti függvények. Prímszámok és tulajdonságaik. Algebrai szám, algebrai egész szám. Algebrai számtestek. Fokszám, bázis, egészek gyűrűje, egységek csoportja.
- 4. Lineáris algebra.** Vektortér, bázis, dimenzió. Determinánsok és tulajdonságaik, kifejtési tétel. Mátrixműveletek, mátrixok inverze. Lineáris egyenletrendszerek, Cramer-szabály. Lineáris transzformációk, sajátértékek, sajátvektorok.
- 5. Euklideszi és unitér terek.** Euklideszi és unitér tér fogalma: belső szorzat, norma, távolság és szög. A Cauchy-Bunyakovszkij-Schwarz-egyenlőtlenség. Ortonormált bázis, a Gram-Schmidt-ortogonalizálás, alter ortogonális komplementuma. Lineáris formák előállítása belső szorzat segítségével. Önadjungált, ortogonális, normális transzformációk. Főtengely-transzformáció.
- 6. Algebra.** Csoportok, részcsoporthok, Lagrange-tétel, permutációcsoportok, Cayley-tétel. Direkt szorzat. Véges Abel csoportok alaptétele. Normálosztók, faktorcsoport. Homomorfizmus tétel. Gyűrűk, Euklideszi gyűrűk. Geometria szerkesztésekkel kapcsolatos problémák.
- 7. Kombinatorika.** Permutációk, variációk, kombinációk. Binomiális együtthatók tulajdonságai, binomiális tétel. Skatulyaelv, szitaformula. Gráfelméleti alapfogalmak. Euler-vonal, Hamilton-út és -kör.
- 8. Valós számsorozatok és valós sorok.** Valós számsorozatok konvergenciája, monotonitása és korlátossága. Konvergencia és műveletek. Valós sorok konvergenciája. Konvergenciakritériumok. Hatványsorok. A Cauchy-Hadamard-tétel. Elemi függvények.
- 9. Egyváltozós függvények határértéke és folytonossága.** Valós függvények határértéke. Határérték és műveletek. Valós függvények folytonossága. Az Átviteli elv. Folytonosság és műveletek. Folytonosság és topologikus fogalmak.

- 10. Valós függvények differenciálszámítása.** Egyváltozós függvények differenciálhányadosa, differenciálási szabályok. Függvényvizsgálat (monotonitás, szélsőértékszámítás, konvexitás). A differenciálszámítás középértéktételei. L'Hospital-szabály.
- 11. Többváltozós függvények differenciálszámítása.** Többváltozós függvények határértéke, folytonossága. Iránymenti, parciális és totális derivált. A derivált reprezentációja, differenciálási szabályok. Többszöri differenciálhatóság, a Schwarz-Young tétel. Szélsőértékszámítás.
- 12. Integrálszámítás.** Egyváltozós függvények határozatlan integrálja. Integrálási szabályok. A Riemann-integrál. A Newton-Leibniz-formula. Improprius integrálok. Integrálás Jordan-mérhető halmazokon. Fubini-tétel és integráltranszformáció.
- 13. Differenciálegyenletek.** A Cauchy-feladat és a megoldás fogalma. A globális egzisztencia és unicitási tétel, Peano egzisztenciátétele. Változó és állandó együtthatós lineáris differenciálegyenlet rendszerek. Magasabb rendű egyenletek. Az átviteli elv. Elemi módon megoldható egyenletek.
- 14. Abszolút geometria.** Az abszolút geometria axiomatikus felépítése. Az euklideszi párhuzamossági axióma. A hiperbolikus síkgeometria egy modelljének bemutatása.
- 15. Euklideszi geometria.** Izometriák és hasonlóságok az euklideszi síkban és térben. Sokszögek területe, Jordan-mérték a síkon. Térfogatmérés.
- 16. Analitikus geometria.** A szabadvektorok értelmezése, összeadása, skalárral való szorzása. Belső szorzat, vektoriális szorzat. Egyenesek egyenlete (egyenletrendszer) és paraméteres előállítása síkban és térben. Síkok egyenlete és paraméteres előállítása. Térelemek távolsága és szöge. A kúpszeletek elemi geometriai értelmezése és kanonikus egyenlete.
- 17. Affin és projektív geometria** (matematikus specializáció). Affin és projektív síkok, a projektív lezárás. Kettősvizony a valós projektív síkon, a Papposz-Steiner tétel. Desargues és Papposz tételei. Kollineációk.
- 18. Görbék és felületek differenciálgeometriája.** Differenciálható sík- és térgörbék. Görbület, torzió. A görbeelmélet alaptétele. Felületek az euklideszi térben. Mérés a felületen, első alapmennyiségek. Második alapmennyiségek. Formaoperátor, főgörbületek és főirányok, szorzat- és összeggörbület.
- 19. Valószínűségszámítás.** Kolmogorov-féle valószínűségi mező. Eloszlás, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Függtelenség. Várható érték, szórás. Valószínűségi vektorváltozók. Nagy számok gyenge és erős törvényei. A centrális határeloszlás-tétel.
- 20. Statisztika.** Statisztika. Statisztikai minta. Pontbecslések: torzítatlanság, konzisztencia. Becslési módszerek: momentum-módszer, maximum-likelihood becslés. Hipotézisvizsgálat. Regresszióanalízis, szórásanalízis.